$, \ldots A_3A_1A_1, A_3A_2A_2, A_3A_3A_3, \ldots$

még mindig nehéz meglátni az általános összefüggést!

Adjuk meg a végtelen algebra szorzótábláját egy a_{ij} mátrixszal:

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	1	6	7	5
3	4	1	2	7	8	9
4	1	2	3	8	9	10

Most a szorzási szabály: $A_1 \cdot A_4 = A_5 = A_{a_{14}}$

Az algebra generáló egyenlete: $A_i = \varphi_{Ai} + \sum_j F_{Aj}(A_{aij}),$ **lévén** $A_i \cdot A_j = A_{a_{ij}}$ **.**

A szukcesszív iteráció során az A_i elem így alakul:

$$A_i = \varphi_{Ai} + \sum_j F_{Aj}(A_{aij}) = \varphi_{Ai} + \sum_j F_{Aj}(\varphi_{Aaij} + \sum_k F_{Ak}(Aa_{aij,k})) =$$

$$A_i = \varphi_{Ai} + \sum_j F_{Aj}(\varphi_{Aaij} + \sum_k F_{Ak}(\varphi_{Aaaij,k} + \sum_m F_{Am}(Aaa_{aij,k\,,\,m}))) = \ldots\ldots$$

Most már kezd derengeni az általános összefüggés:

Az egyindexes mátrixnak a $\sum_j F_{Aj}(\varphi_{Aaij})$ **felel meg, ami a rövidített írásmódban** $A_j A_{aij}$**,**

a kétindexes mátrixnak a $\sum_j F_{Aj}(\sum_k F_{Ak}(\varphi Aa_{aij,k}))$ **felel meg, ami** $A_j A_k Aa_{aij,k}$ **.**

A 3 indexes mátrixnak $\sum_j F_{Aj}(\sum_k F_{Ak}(\sum_m F_{Am}(\varphi Aaa_{aij,k\,,\,m}))) = A_j A_k A_m Aaa_{aij,k\,,\,m}$ **felel meg.**

A felsorolásunk: φ_A **,** $D_1, D_{1\,1}, D_2, D_{1\,1\,1}, D_{2\,1}, D_{1\,1\,1\,1}, D_3, D_{1\,2}, D_{2\,1\,1}, \ldots\ldots$

$D_1 = F_{A1}(\varphi A_{a11}) = F_1(\varphi_{A2}) = F_1(\varphi_2) = \varphi_8$ **,**

$D_{1\,1} = F_{A1}(F_{A1}(\varphi Aa_{a11,1})) = F_1(F_1(\varphi_{Aa21})) = F_1(F_1(\varphi_{A3})) = F_1(F_1(\varphi_4)) = F_1(\varphi_{17}) = \varphi_{173}$ **,**

$D_2 = F_{A2}(\varphi A_{a12}) = F_2(\varphi_{A3}) = F_2(\varphi_4) = \varphi_{24}$ **,**

$\mathbf{D_{1\,1\,1}} = F_{A1}(F_{A1}(F_{A1}(\varphi Aaa_{a11,1},1))) = F_1(F_1(F_1(\varphi Aaa_{2,1},1))) = F_1(F_1(F_1(\varphi Aa3,1))) =$

$= F_1(F_1(F_1(\varphi A4))) = F_1(F_1(F_1(\varphi 7))) = F_1(F_1(\varphi 38)) = F_1(\varphi 782) = \varphi 306938$

$\mathbf{D_{2\,1}} = F_{A2}(F_{A1}(\varphi Aa_{a12,1})) = \mathbf{F_2(F_1(\varphi_{Aa31})) = F_2(F_1(\varphi_{A4})) = F_2(F_1(\varphi_7)) = F_1(\varphi_{38}) = \varphi_{782}}$,

látjuk hogy már az első néhány elemnél olyan nagy számok jönnek be, mint a 306938.

Bizony, ennél az algebránál az igen nagy számok elméletére is szükség van!

Talán ennyi példa elegendő annak prezentálására, hogyan működik a módszer.

Ha a szorzótáblában valós szorzótényezők is vannak, akkor az ismert módszerrel írjuk

fel a generáló egyenletet : $A_i = \varphi_{Ai} + \sum_j k_{ij} \cdot F_{Aj}(A_{aij})$, **lévén** $A_i \cdot A_j = k_{ij} \cdot A_{a_{ij}}$

és a többi az ismertetett módon megy.

Most térjünk vissza a normálhatóság kérdésére! Láttuk hogy a $\psi \cdot \psi = \psi$ feladatnak volt

véges normájú megoldása is! Ha $A = \varphi_A + F_A(A)$, akkor $A \cdot A = A$, de ugyanez igaz az

$\mathbf{A = k \cdot \varphi_A + \frac{1}{k} \cdot F_A(A)}$ **elemre is, azzal a különbséggel hogy az utóbbi normája véges.**

Ha az A, B, C algebránkat így generáljuk:

$$\mathbf{A = k \cdot \varphi_A + \frac{1}{k} \cdot F_A(A) + \frac{1}{n} \cdot F_B(C) + \frac{1}{m} \cdot F_C(B)},$$

$$\mathbf{B = m \cdot \varphi_B + \frac{1}{n} \cdot F_A(C) + \frac{1}{m} \cdot F_B(B) + \frac{1}{k} \cdot F_C(A)},$$

$$\mathbf{C = n \cdot \varphi_C + \frac{1}{m} \cdot F_A(B) + \frac{1}{k} \cdot F_B(A) + \frac{1}{n} \cdot F_C(C)},$$

akkor ez ugyanazt a szorzótáblát tudja, csak most az elemek véges normájúak lesznek.

k, m és n nem szükségszerűen ugyanaz, így a 3 elem normája lehet eltérő.

	A	B	C
A	**2A**	**3C**	**5B**
B	**4C**	**6B**	**7A**
C	**8B**	**9A**	**C**

Eszerint $A \cdot A = 2A$, $A \cdot B = 3C$, $A \cdot C = 5B$,stb.

Az első lépésként gyökérelemet választunk: φ_A, φ_B, φ_C –t.

$$A = k\cdot\varphi_A + 2\cdot\frac{1}{k}\cdot F_A(A) + 3\cdot\frac{1}{n}\cdot F_B(C) + 5\cdot\frac{1}{m}\cdot F_C(B)\,,$$

$$B = m\cdot\varphi_B + 4\cdot\frac{1}{n}\cdot F_A(C) + 6\cdot\frac{1}{m}\cdot F_B(B) + 7\cdot\frac{1}{k}\cdot F_C(A)\,,$$

$$C = n\cdot\varphi_C + 8\cdot\frac{1}{m}\cdot F_A(B) + 9\cdot\frac{1}{k}\cdot F_B(A) + \frac{1}{n}\cdot F_C(C)\,:$$

Most úgy kell megválasztani a k, m, n normáló tényezőket, hogy nagyobbak legyenek mint az előforduló legnagyobb szorzótényezők, így k > 9, m > 8, n > 4 kell teljesüljön. Érdekes kérdés, hogy vajon a végtelen algebrák normálhatók-e? Igen, ha a szorzótényezőknek van egy felső korlátja. Ha nincs, akkor nem normálható.

Ezzel a Fí-algebránknak minden lényeges tulajdonságát elmondtuk.

Most térjünk rá arra a kérdésre, hogy lehet-e ezt az algebrát egyetlen elemmel generálni?

Néhány egyszerű példával prezentálom, hogy pontosan mire is gondolok.

Egy elemmel generálható algebrák

Vegyük először a valós számokat! A valós számok két művelettel rendelkeznek, az összeadással és a szorzással, amelyek tulajdonságai a következők:

1.) $a + b = b + a$ az összeadás kommutativitása

2.) $a + (b + c) = (a + b) + c$ az összeadás asszociativitása

3.) $a + 0 = a$ nullelem mint additív neutrális elem

4.) $a + (-a) = 0$ additív inverz létezése

5.) $a\cdot b = b\cdot a$ a szorzás kommutativitása

6.) $a\cdot(b\cdot c) = (a\cdot b)\cdot c$ a szorzás asszociativitása

7.) $a\cdot 1 = a$ az 1 mint multiplikatív egységelem

8.) $a\cdot(a^{-1}) = 1$ multiplikatív inverz létezése

9.) $(a + b)\cdot c = (a\cdot c) + (b\cdot c)$ a szorzás és összeadás disztributivitása

Nos ezek a testaxiómák, és a valós számok testet alkotnak. Dedekindnek 16 axiómája volt, van még 5 rendezési axióma, az Archimédeszi tulajdonság és a folytonossági axióma.

Ezek közül a folytonossági axióma a legfontosabb. Ennek értelmében minden olyan végtelen A_n sorozatnak, ahol $|A_n - A_m|$ tart nullához ha n, m tart végtelenhez, létezik határértéke, és az egy valós szám. Így pl. az 1, 1.4, 1.41, 1.414, 1.4142, 1.41421, 1.414213 . . sorozat éppen $\sqrt{2}$-höz tart, és az valós szám.

Valós számból rohadt sok van, éppen kontínuumnyi. Ez azt jelenti hogy nem lehet felsorolni őket. Ugyanis ha csinálok egy felsorolást, a Cantor-féle átlós módszerrel tüstént rittyentek egy új elemet, ami nincs benne a felsorolásban!

A valós számot felírhatom kettes számrendszerben, méghozzá egyértelműen:

$a = \sum_{k=-n}^{\infty} \lambda_k \cdot 2^{-k}$, ahol n véges egész. Ha megengedem az n = végtelent is, akkor kapom az ún. transzvergens számokat. A negatív szám ugyanez, csak egy mínusz előjellel.

Ha a szumma megáll egy véges k = N számnál, akkor az ún. BIN számokat kapom,

Ezek a véges bináris törtek. Minden BIN szám racionális, de nem minden rac szám BIN szám, pl. az 1/3 nem az. Na ez a bináris felírás sugallja azt, hogy az 1/2 számmal minden pozitív valós szám generálható! Valóban, összeadással tetszőlegesen nagy egész előáll vele, és ha szorzom önmagával, akkor előállnak az 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, 1/64, 1/128 . . . . számok, és ezek véges összegével előállnak a BIN számok, ha pedig a végtelen összegeket is megengedem, akkor az összes pozitív valós szám előáll. Gond az, hogy a végtelen összegek megengedésével óhatatlanul bejönnek a transzvergens számok is! Nincs mese, ha elfogadom pl. a pí létezését, akkor a transzvergens számokat is meg kell engedni!

Másik gond a negatív számok. Azok bizony nem állnak így elő! A trükk az, hogy akkor nem 1/2-ből indulok ki, hanem –1/2-ből! (–1/2)·(–1/2) = 1/4, és (1/4) + (1/4) = 1/2 , és a dolog mehet ugyanúgy tovább!

A valós számok tehát az alábbi sémával állíthatók elő: $\left\langle +,\cdot,-\frac{1}{2}\right\rangle$

Ebben a szisztémában két művelet szerepel, melyek kielégítik a testaxiómákat, és még egy összefüggést kell csatolni hozzá, amit a – 1/2 tud:

(–1/2)·(–1/2) + (–1/2)·(–1/2) + (–1/2) = 0 !

Ahol a 0 természetesen a test nulleleme.

Ha a test egységelemét is használom, akkor a fenti összefüggés pótolható ezzel is:

(–1/2) + (–1/2) + 1 = 0 .

Mindez persze nagyon trivialitásnak tűnhet, ha a megszokott matematikai sztereotípiáinkat használjuk. Ezért jelöljük a – 1/2-et pl α –val! Ekor az összefüggés így néz ki:

$\alpha + \alpha + 1 = 0$, és máris nem hat olyan trivialitásnak!

A továbbiakban minden valós számot az alfa véges vagy végtelen összegeivel és szorzataival írunk fel. Érdekelne, hogy a $\sqrt{2}$ vagy a π hogy néz ki ebben a repiben.

Már az egyszerű számok sem egyszerűek ebben a képben! (Persze meg kell jegyezzem, hogy a Dedekind-szeletekkel ábrázolt valós számok sem egyszerűek ám!)

Pl. $3 = \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha$.

Lévén $\alpha\cdot\alpha$ = 1/4, és ugye 3 = 12·(1/4) .

Ebben a világban még az egyszeregy bizonyítása sem könnyű, lévén

$1 = \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha$!

$1\cdot 1 = (\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha)\cdot(\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha) = 16 \cdot (\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha)$,

ahol most a 16 · jelentése egyszerűen 16 ilyen tag összeadása. Be kell látni hogy ez éppen

1-gyel egyenlő! Nos, a disztributivitás miatt kiemelhetünk $\alpha\cdot\alpha$ **-t, és így:**

$1\cdot 1 = \alpha\cdot\alpha\cdot (\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha \,.\,.\,.\,. + \alpha\cdot\alpha)$ **ahol éppen 16** $\alpha\cdot\alpha$ **szerepel.**

Ámde $\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha = 1$, **ezért a ( ) –ben 1 + 1 + 1 + 1 van! Tehát**

$1\cdot 1 = \alpha\cdot\alpha\cdot (1 + 1 + 1 + 1) = \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha = 1$! **Hurrá, beláttuk!**

Még érdekesebb annak a belátása, hogy 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + ... = 1 !

Ez a mi reprezentációnkban így fest:

$\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \,.\,.\,.\,. = \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha$!

Ugye ez már nem olyan trivialitás?

Vonjuk ki azt a három $\alpha\cdot\alpha$**-t az elejéről:**

$\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \,.\,.\,.\,. = \alpha\cdot\alpha$.

vegyük észre hogy minden tag háromszor szerepel, mert az 1/2-t úgy állítom elő, hogy

1/2 = 1/4 +1/4 , stb. Így a 3-ast kiemelhetem:

$3 \cdot (\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \,.\,.\,.\,.) = \alpha\cdot\alpha$

Most oszthatunk $\alpha\cdot\alpha$ **– val:**

$3 \cdot (\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \,.\,.\,.\,.) = 1$

Ez tulajdonképpen azt állítja hogy 1/4 + 1/16 + 1/64 + 1/256 + ... = 1/3 .

Az osztást még nem értelmeztük ebben a szisztémában! Persze a testaxiómák értelmében

létezik a multiplikatív inverz, és a vele való szorzást nevezzük osztásnak.

Ennek értelmében a 3 inverze éppen a fent látható $\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \,.\,.\,.\,.$

elem lesz. Persze folytatjuk a bizonyítást:

szorozzuk meg a fenti egyenletet (1 – $\alpha\cdot\alpha$**) – val! Ezt kapjuk:**

$3 \cdot (1 - \alpha\cdot\alpha)\cdot(\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \,.\,.\,.\,.) = 1 - \alpha\cdot\alpha$

$3 \cdot (\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \ldots.) -$

$- 3 \cdot \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}(\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \ldots.) = 1 - \alpha{\cdot}\alpha$

Elvégezve az $\alpha{\cdot}\alpha$– val szorzást, ezt kapjuk:

$3 \cdot (\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \ldots.) -$

$- 3 \cdot (\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha{\cdot}\alpha + \ldots.) = (1 - \alpha{\cdot}\alpha)$

És íme a csoda! A pirossal kiemelt részek kiejtik egymást!!! Marad:

$3 \cdot \alpha{\cdot}\alpha = (1 - \alpha{\cdot}\alpha)$ **, és most ne feledjük, mit jelent a** $3 \cdot \alpha{\cdot}\alpha$ **:**

$\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha = 1 - \alpha{\cdot}\alpha$ **, végül adjunk hozzá =** $\alpha{\cdot}\alpha$ **– t :**

$\alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha + \alpha{\cdot}\alpha = 1$ **!!!!! És ez igaz, tehát bizonyítottuk az összefüggést!**

Hát nem volt egyszerű, de érdemes volt. Mert mi következik ebből? Nem más mint az hogy a Dedekind –féle folytonossági axióma minden külön kikötés nélkül kiadódik!

Abban a világban, amit kizárólag az $\alpha = - 1/2$ **elemből generáltunk, a folytonossági axióma magától teljesül, nem kell külön kikötni! Ezért a szép eredményért küszködtünk idáig! Azzal hogy megengedjük a végtelen összegeket, létjogosultságot nyer az ún. SIÓ-módszer, ahol SIÓ = Self Involving Object = Önmagát tartalmazó Objektum!**

Ez így működik: 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + ... =x, kérdés, mennyi x?

Nos, x = 1 + 1/2 · (1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + . . .) = 1 + 1/2 · x !

Tehát x = 1 + 1/2 · x , vonjunk ki mindkét oldalból 1/2 · x –et, kapjuk:

1/2 · x = 1, és most szorzunk 2-vel: x = 2 !!! Egész pontosan.

Ebben az a felfogás rejlik, hogy az 1 + 1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + ... végtelen sor nem csupán tart 2-höz, hanem egész pontosan egyenlő vele, aktuálisan, itt és most!

Tehát a valós számok nemcsak potenciálisan léteznek, hanem aktuálisan is!

A kontínuum nem csupán egy potenciális végtelen, hanem aktuálisan is létezik!

Azt hiszem érződik, hogy a Fí – algebra egész szellemén végighúzódik ez a gondolat.

A Fí – algebra elemei olyan létezők, amelyek végtelen számú tag összegeként állnak elő.

Éppen ez teszi lehetővé a Fí – algebra univerzalitását!!!

És most elérkeztünk a Fí – algebra legérdekesebb fejezetéhez:

Hogyan lehet az egész Fí – algebrát generálni egyetlen ALFA elemmel?

Ez az ALFA elem méltán megérdemli a TEREMTŐ nevet!

A FÍ - ALGEBRA GENERÁLÁSA EGYETLEN ELEMMEL

Jelölje most is α ezt a Teremtő elemet!

Ennek megfelelően Fí – algebra = $\langle +, \cdot, \alpha \rangle$, csak most az α elem más összefüggéseket elégít ki:

Hát először is a testaxiómákból töröljük a szorzás kommutativitását, asszociativitását és az egységelem létezését, valamint a multiplikatív inverz létezését is.

Ez a drasztikus csonkítás csodálatos új lehetőségek kapuját nyitja meg!!

Legyenek most az axiómáink ezek:

1.) $a + b = b + a$ az összeadás kommutativitása

2.) $a + (b + c) = (a + b) + c$ az összeadás asszociativitása

3.) $a + 0 = a$ nullelem mint additív neutrális elem

4.) $a + (-a) = 0$ additív inverz létezése

5.) $(a + b)\cdot c = (a\cdot c) + (b\cdot c)$ a szorzás és összeadás disztributivitása

Látjuk hogy az eredeti 9 – ből mindössze 5 maradt.

Most következik az, hogy az α –nak milyen összefüggéseket kell kielégítenie:

6.) $\alpha \cdot \alpha = \varphi_0$

7.) $\alpha \cdot \varphi_n = -\frac{1}{2} \cdot \varphi_{n+1}$

8.) $\varphi_n \cdot \alpha = 0$

Az α –t úgy nevezzük hogy A Teremtő, a φ_0–t pedig úgy, hogy Az Építő.

9.) A φ_n –ek kielégítik az ismert táblázattal megadott szorzási szabályt:

	0	1	2	3	4	5
0	1	2	4	7	11	16
1	3	5	8	12	17	23
2	6	9	13	18	24	31
3	10	14	19	25	32	40

Ez az A_{ij} táblázat. Pl. $A_{23} = 18$.

$A_{12} = 8$. Jelentse ez azt, hogy $\varphi_8 \cdot \varphi_1 = \varphi_2$! Tehát $\varphi_{A_{ij}} \cdot \varphi_i = \varphi_j$!

És minden más $k \neq i$ esetén $\varphi_{A_{ij}} \cdot \varphi_k = 0$!

Ezzel a Fí –algebránkat teljesen megadtuk! Fí – algebra = $\langle +, \cdot, \alpha \rangle$!

Most jön a nagy kérdés: tényleg elő lehet állítani ezzel minden Fí –algebrabeli elemet?

A Fí –algebrabeli általános elem ugyanis így néz ki: $\psi = b_0 \cdot \varphi_0 + b_1 \cdot \varphi_1 + b_2 \cdot \varphi_2 + \ldots$

ahol a b_k együtthatók tetszőleges valós számok lehetnek! Minden valós szám külön – külön is végtelen sok bináris tag összege, és itt még ezekből is végtelen sok van!

Már hogy lehetne ezeket az egy szem alfánkból mind előállítani? De bizony hogy elő lehet!

Minden $\psi = b_0 \cdot \varphi_0 + b_1 \cdot \varphi_1 + b_2 \cdot \varphi_2 + \ldots$ vektor valahogy így fog kinézni ebben az új reprezentációban: $\psi = \alpha + \alpha + \alpha \cdot \alpha + \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha + \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha + \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha + \ldots$

ahol az $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha$ típusú szorzatokat szigorúan ebben az értelemben használjuk:

$\ldots\ldots \alpha \cdot (\alpha \cdot (\alpha \cdot (\alpha \cdot \alpha)))\ldots)$ tehát balról szorzásként. Ennek megfelelően

$\alpha \cdot \alpha = \varphi_0$, $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = \alpha \cdot \varphi_0 = -\frac{1}{2} \cdot \varphi_1$, $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha = \alpha \cdot (-\frac{1}{2} \cdot \varphi_1) = \frac{1}{4} \cdot \varphi_2$, és tovább folytatva

előáll a $-\frac{1}{8} \cdot \varphi_3$, $\frac{1}{16} \cdot \varphi_4$, $-\frac{1}{32} \cdot \varphi_5$, $\frac{1}{64} \cdot \varphi_6$, $-\frac{1}{128} \cdot \varphi_7$, $\frac{1}{256} \cdot \varphi_8$, $-\frac{1}{512} \cdot \varphi_9$, $\frac{1}{1024} \cdot \varphi_{10}$, . . .

na ez már nagyon jó, csak még az a probléma, hogy minden φ_k–nak csak egyféle együtthatója van. Ahhoz hogy a többit is előállíatsuk, egy kis trükkhöz folyamodunk:

Tudjuk hogy $\varphi_1 \cdot \varphi_0 = \varphi_0$**, tehát** $(\alpha \cdot \varphi_0) \cdot \varphi_0 = -\frac{1}{2} \cdot \varphi_1 \cdot \varphi_0 = -\frac{1}{2} \cdot \varphi_0$ **, tehát**

$\alpha \cdot (\alpha \cdot \alpha) \cdot (\alpha \cdot \alpha) = -\frac{1}{2} \cdot \varphi_0$ **! Nagyon ügyeljünk a zárójelezésre!**

$\alpha \cdot (-\frac{1}{2} \cdot \varphi_0) = \frac{1}{4} \cdot \varphi_1$, $\alpha \cdot (\frac{1}{4} \cdot \varphi_1) = -\frac{1}{8} \cdot \varphi_2$ **, és tovább folytatva előállnak szépen sorban az**

$\frac{1}{16} \cdot \varphi_3, -\frac{1}{32} \cdot \varphi_4, \frac{1}{64} \cdot \varphi_5, -\frac{1}{128} \cdot \varphi_6, \frac{1}{256} \cdot \varphi_7, -\frac{1}{512} \cdot \varphi_8, \frac{1}{1024} \cdot \varphi_9, \ldots$ **elemek is!**

Újra megismételve a trükköt ezúttal a $-\frac{1}{2} \cdot \varphi_0$ **elemmel, ezt kapjuk:**

$(\alpha \cdot (-\frac{1}{2} \cdot \varphi_0)) \cdot \varphi_0 = \frac{1}{4} \cdot \varphi_1 \cdot \varphi_0 = \frac{1}{4} \cdot \varphi_0$ **, tehát immár az** $\frac{1}{4} \cdot \varphi_0$ **elemmel folytathatjuk:**

$\frac{1}{4} \cdot \varphi_0, -\frac{1}{8} \cdot \varphi_1, \frac{1}{16} \cdot \varphi_2, -\frac{1}{32} \cdot \varphi_3, \frac{1}{64} \cdot \varphi_4, -\frac{1}{128} \cdot \varphi_5, \frac{1}{256} \cdot \varphi_6, -\frac{1}{512} \cdot \varphi_7, \frac{1}{1024} \cdot \varphi_8, \ldots$

Láthatjuk tehát, hogy a trükkünk ismételt alkalmazásával elő tudjuk állítani a

$\varphi_0, -\frac{1}{2} \cdot \varphi_0, \frac{1}{4} \cdot \varphi_0, -\frac{1}{8} \cdot \varphi_0, \frac{1}{16} \cdot \varphi_0, -\frac{1}{32} \cdot \varphi_0, \frac{1}{64} \cdot \varphi_0, -\frac{1}{128} \cdot \varphi_0, \frac{1}{256} \cdot \varphi_0, -\frac{1}{512} \cdot \varphi_0, \ldots$

elemeket. Zavaró még az alternáló előjel, az algebránkban csak az összeadás megengedett művelet, a kivonás nem! Külön kell igazolni hogy minden elemnek létezik ellentettje!

Nade adjuk össze párosával az így kapott elemeket:

$\varphi_0 + (-\frac{1}{2} \cdot \varphi_0) = \frac{1}{2} \cdot \varphi_0$, $\frac{1}{4} \cdot \varphi_0 + (-\frac{1}{8} \cdot \varphi_0) = \frac{1}{8} \cdot \varphi_0$, $\frac{1}{16} \cdot \varphi_0 + (-\frac{1}{32} \cdot \varphi_0) = \frac{1}{32} \cdot \varphi_0$ **, stb.**

Ezzel a hiányzó $\frac{1}{2} \cdot \varphi_0$, $\frac{1}{8} \cdot \varphi_0$, $\frac{1}{32} \cdot \varphi_0$ **, stb. tagok is előállnak tisztán összeadással és szorzással. A** φ_0 **ismételt összeadásával tetszőlegesen nagy pozitív egész, a** $-\frac{1}{2} \cdot \varphi_0$ **ismételt összeadásával tetszőlegesen nagy negatív egész létrehozható, a** $2^{-k} \cdot \varphi_0$ **-ák**

segítségével plusz az egészekkel pedig tetszőleges valós szám előállítható, persze a leg-többször csak végtelen összeg segítségével.

Létre tudjuk tehát hozni a $b_0 \cdot \varphi_0$ tagot, ahol b_0 tetszőleges valós szám!

Ebből pedig létre tudjuk hozni a többi $b_k \cdot \varphi_k$ tagot is, α –val való szorozgatással!

Valóban, ... $\alpha\cdot(\alpha\cdot(\alpha\cdot(\alpha\cdot(\alpha\cdot(b_0 \cdot\varphi_0))).\ .\ .) = (-1)^k \cdot (2^{-k})\cdot b_0 \cdot\varphi_k$ lesz, ahol éppen k darab α –val szoroztunk balról, és ha most b_0–t úgy választom meg hogy $(-1)^k \cdot (2^{-k})\cdot b_0 = b_k$ legyen, akkor már meg is kaptam a $b_k \cdot\varphi_k$ tagot !

A $b_k \cdot\varphi_k$ tagok birtokában pedig létre tudom hozni a $\psi = b_0 \cdot\varphi_0 + b_1 \cdot\varphi_1 + b_2 \cdot\varphi_2 + . . .$-t is ! Igazoltuk tehát, hogy a teljes Fí –algebra létrehozható tisztán összeadással és szorzás-sal, egyedül az α generáló elemet felhasználva!

Persze egy általános elem alakja nem lesz egyszerű, de sok egyszerűsítő jelölést lehet bevezetni. Végül is, amikor valós számokkal számolunk, akkor sem Dedekind-szeletekkel dolgozunk, vagy végtelen bináris törtekkel! Szorozni különösen nehéz velük!

MATRJOSKA – VILÁG

Most pedig megmutatom, hogy a teremtő ALFA modellje a Fí –algebrán belül is létrehozható! Térjünk ehhez vissza a Fí –algebra önmodelljéhez!

$\Phi_0 = \varphi_2$

$\Phi_1 = \varphi_4 + F_2(\Phi_0) = \varphi_4 + F_2(\varphi_2) = \varphi_4 + \varphi_{13}$

$\Phi_2 = \varphi_7 + F_2(\Phi_1) = \varphi_7 + F_2(\varphi_4 + \varphi_{13}) = \varphi_7 + \varphi_{24} + \varphi_{123}$

$\Phi_3 = \varphi_{11} + F_4(\Phi_0) = \varphi_{11} + F_4(\varphi_2) = \varphi_{11} + \varphi_{26}$

$\Phi_4 = \varphi_{16} + F_2(\Phi_2) = \varphi_{16} + F_2(\varphi_7 + \varphi_{24} + \varphi_{123}) = \varphi_{16} + \varphi_{48} + \varphi_{354} + \varphi_{7878}$

$\Phi_5 = \varphi_{22} + F_4(\Phi_1) = \varphi_{22} + F_4(\varphi_4 + \varphi_{13}) = \varphi_{22} + \varphi_{41} + \varphi_{158}$

$\Phi_6 = \varphi_{29} + F_7(\Phi_0) = \varphi_{29} + F_7(\varphi_2) = \varphi_{29} + \varphi_{53}$

$\Phi_7 = \varphi_{37} + F_2(\Phi_3) = \varphi_{37} + F_2(\varphi_{11} + \varphi_{26}) = \varphi_{37} + \varphi_{94} + \varphi_{409}$

$\Phi_8 = \varphi_{46} + F_4(\Phi_2) = \varphi_{46} + F_4(\varphi_7 + \varphi_{24} + \varphi_{123}) = \varphi_{46} + \varphi_{71} + \varphi_{411} + \varphi_{8133}$

$\Phi_9 = \varphi_{56} + F_7(\Phi_1) = \varphi_{56} + F_7(\varphi_4 + \varphi_{13}) = \varphi_{56} + \varphi_{74} + \varphi_{218}$

$\Phi_{10} = \varphi_{67} + F_{11}(\Phi_0) = \varphi_{67} + F_{11}(\varphi_2) = \varphi_{67} + \varphi_{103}$

. . . .

Ezekhez az elemekhez már csak a Teremtőt kell megkonstruálni, és kész a beágyazott Matrjoska – világ!! Az ALFA pediglen ezt tudja:

ALFA·ALFA $= \Phi_0$

ALFA·$\Phi_n = -\frac{1}{2}\cdot\Phi_{n+1}$

És most tüstént megértjük, miért φ_2 **–vel kezdtük a gyökérelemek sorozatát:**

tudniillik φ_1 **–et szántuk az ALFA gyökérelemének!!**

Tehát ALFA = φ_1 **+ . . . . plusz micsoda?**

Hát először is ALFA·ALFA = $\Phi_0 = \varphi_2$ **, tehát ALFA =** $\varphi_1 + \varphi_8 +$ **. . . .**

mivelhogy $\varphi_8 \cdot \varphi_1 = \varphi_2$ **!**

Aztán ALFA·$\Phi_0 = -\frac{1}{2}\cdot\Phi_1$ **miatt ALFA·**$\varphi_2 = -\frac{1}{2}\cdot(\varphi_4 + \varphi_{13})$ **, az ALFÁt bővítjük az** $F_2(4)$ **és az** $F_2(13)$ **elemekkel, azaz** φ_{24} **és** φ_{123} **elemekkel, nem megfeledkezve a** $-\frac{1}{2}$ **szorzó tényezőkről sem: ALFA =** $\varphi_1 + \varphi_8 - \frac{1}{2}\cdot\varphi_{24} - \frac{1}{2}\cdot\varphi_{123} - \ldots$

ALFA·$\Phi_1 = -\frac{1}{2}\cdot\Phi_2$ **miatt ALFA·**$\varphi_4 = -\frac{1}{2}\cdot(\varphi_7 + \varphi_{24} + \varphi_{123})$ **, az ALFÁt bővítjük a** $-\frac{1}{2}\cdot F_4(7)$ **, a** $-\frac{1}{2}\cdot F_4(24)$ **, és a** $-\frac{1}{2}\cdot F_4(123)$ **elemekkel , kapjuk:**

ALFA = $\varphi_1 + \varphi_8 - \frac{1}{2}\cdot\varphi_{24} - \frac{1}{2}\cdot\varphi_{123} - \frac{1}{2}\cdot\varphi_{71} - \frac{1}{2}\cdot\varphi_{411} - \frac{1}{2}\cdot\varphi_{7881} - \ldots$

Tovább folytatva az eljárást, végül megkapjuk a teljes ALFÁt, vagyis a Teremtőt!

Ez az egyetlen elem létrehozza a Fí –algebrán belül magának a Fí –algebrának a tökéletes modelljét! Vagyis megszületik a Matrjoska –világ! Mert ugye itt sem áll meg a buli, hanem létrejön ebben a Φ_n – világban egy ugyanilyen SZUPER-ALFA, amely megteremti a SZUPER – Φ_n – világot, és ez így folytatódik a végtelenségig!

$$\text{SZUPER-ALFA} = \Phi_1 + \Phi_8 - \frac{1}{2}\cdot\Phi_{24} - \frac{1}{2}\cdot\Phi_{123} - \frac{1}{2}\cdot\Phi_{71} - \frac{1}{2}\cdot\Phi_{411} - \frac{1}{2}\cdot\Phi_{7881} - \ldots$$

$$\text{SZUPER-SZUPER-ALFA} = \text{SZUPER } \Phi_1 + \text{SZUPER } \Phi_8 - \frac{1}{2}\cdot \text{SZUPER } \Phi_{24} - \ldots$$

és így tovább a végtelenségig….

KOZMIKUS EVOLÚCIÓ

Most ebben az utolsó fejezetben azt vizsgáljuk meg, hogy létre tudnak-e jönni ebben a világban maguktól is ezek a teremtő Alfák, vagy nekünk kell őket mesterségesen megkonstruálni? Ugyanúgy, ahogy pl. egy véges vagy végtelen algebra modelljét is úgy konstruáltuk meg, bizonyos generáló egyenletekkel.

Az első észrevétel az, hogy amikor felírjuk pl. az $A = \varphi_A + F_A(A) + F_B(C) + F_C(B)$ egyenletet, akkor az $F_A(A)$ lényegében egy operáció az $F_A(\ )$ operátorral! De ahogy a legelején megmutattuk, a Fí – algebrában minden lineáris operátor előáll szorzásként! Nevezzük ezt az operátort Effornak! Az F( ) = eff … szóból származtatva.

Az Effor ezt tudja: $F_n(k) = \dfrac{(n+k)^2+3n+k+2}{2}$ **, tehát $F_n(\varphi_k) = \varphi_m$, ahol**

$m = \dfrac{(n+k)^2+3n+k+2}{2}$**. No és mivel kell a φ_k – t szorozni ahhoz hogy φ_m legyen?**

Nos, természetesen φ_a – val, ahol most $a = F_k(m)$, azaz

$$a = F_k(m) = \frac{(k+m)^2+3k+m+2}{2} =$$

$$= \frac{\left(k+\frac{(n+k)^2+3n+k+2}{2}\right)^2+3k+\frac{(n+k)^2+3n+k+2}{2}+2}{2}$$ **! Szép. . . . .**

Az $F_n(k)$ Effort úgy kapom meg, hogy k = 0, 1, 2, 3, 4, . . . –et helyettesítek, és az így kapott φ_a – kat összeadom: (természetesen rögzített n mellett) :

$F_n(\;) = \varphi_{a0} + \varphi_{a1} + \varphi_{a2} + \varphi_{a3} + \varphi_{a4} + \varphi_{a5} + \ldots..$

$$a_0 = \frac{\left(0+\frac{(n+0)^2+3n+0+2}{2}\right)^2+3\cdot 0+\frac{(n+0)^2+3n+0+2}{2}+2}{2}$$

$$a_1 = \frac{\left(1+\frac{(n+1)^2+3n+1+2}{2}\right)^2+3\cdot 1+\frac{(n+1)^2+3n+1+2}{2}+2}{2},$$

$$a_2 = \frac{\left(2+\frac{(n+2)^2+3n+2+2}{2}\right)^2+3\cdot 2+\frac{(n+2)^2+3n+2+2}{2}+2}{2}$$ **, stb.**

Egyszerűbben is felírhatom ezeket: $a = F_k(m)$, és $m = F_n(k)$, tehát $a = F_k(F_n(k))$!

Az Efforok segíatségével a generáló egyenlet:

$A = \varphi_A + F_A \cdot A + F_B \cdot C + F_C \cdot B$, ahol F_A , F_B , F_C az Efforok, és közönséges szorzás szerepel.

Fel tudjuk tehát építeni az algebránkat szukcesszív lépésekből, néhány Effor felhasználásával. A gond még mindig az, hogy az Efforokat készen kell tálalni ehhez.

Én pedig egy olyan evolúciót szeretnék prezentálni, ahol minden magától jön létre!

Az egyetlen alkalmazandó szabály az önmagára alkalmazás, ami itt megfelel az önmagával szorzásnak! Amikor $\alpha = -1/2$ volt, akkor megnéztük az $x = \alpha + \alpha\cdot x$ elemet:

$x = \alpha + \alpha\cdot x = \alpha + \alpha\cdot(\alpha + \alpha\cdot x) = \alpha + \alpha\cdot(\alpha + \alpha\cdot(\alpha + \alpha\cdot x)) = \alpha + \alpha\cdot(\alpha + \alpha\cdot(\alpha + \alpha\cdot(\alpha + \alpha\cdot x)))$ . .

$x = \alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \dots.$

szorozzuk meg x –et (1 – α) –val:

$$x\cdot(1 - \alpha) = \alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \dots.$$

$$- \alpha\cdot\alpha - \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha - \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha - \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha - \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha - \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha - \dots. = \alpha\ ,$$

minden más kiesik ugyanis. Ebből $x - \alpha\cdot x = \alpha$ adódik, visszajutottunk az elejére.

Ugye azt kéne kapnunk hogy $x = \alpha/(1-\alpha)$, de ezt elemi úton kell megkapni.

Ha $\alpha = -1/2$, akkor $x = -1/3$ adódik. Tehát $3 \cdot x = -1$, tehát $x + x + x = \alpha + \alpha$.

Mivel $x = \alpha + \alpha\cdot x$, ezért $x + x + x = \alpha + \alpha\cdot x + \alpha + \alpha\cdot x + x = \alpha + \alpha + \alpha\cdot x + \alpha\cdot x + x =$

$= \alpha + \alpha + x\cdot(\alpha + \alpha + 1)$ **, és most idézzük fel az α definiáló egyenletét:** $\alpha + \alpha + 1 = 0$!

Tehát igazoltuk hogy $3 \cdot x = -1$, tehát $x = -1/3$, és most látjuk a $-1/3$ reprezentációját

az Alfa-formalizmusban: $-1/3 =$ $\alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + ..$

Most ha az Alfa a Fí –algebra generáló eleme, akkor mit ad az $x = \alpha + \alpha\cdot x$ képlet?

$x = \alpha + \alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha\cdot\alpha + \dots. =$

$$= \alpha + \varphi_0 - \frac{1}{2}\cdot\varphi_1 + \frac{1}{4}\cdot\varphi_2 - \frac{1}{8}\cdot\varphi_3 + \frac{1}{16}\cdot\varphi_4 - \frac{1}{32}\cdot\varphi_5 + \frac{1}{64}\cdot\varphi_6 - \frac{1}{128}\cdot\varphi_7 + \frac{1}{256}\cdot\varphi_8 , - \dots$$

Ha pedig $x = \varphi_0 + 2\cdot\alpha\cdot x$, akkor $x = \varphi_0 - \varphi_1 + \varphi_2 - \varphi_3 + \varphi_4 - \varphi_5 + \varphi_6 - \varphi_7 + \varphi_8 - \dots$

Érdekes elemek ezek, de egyenlőre nem tudunk róluk többet mondani.

Ezzel a Fí –algebrai vizsgálatainknak a végére jutottunk, bár az igazi történet még csak itt kezdődne. Ha sikerülne megmutatni, hogy a Fí –algebrában lehetséges egyfajta algebrai evolúció, ahol egyszerű elemekből, egyszerű szabályok segítségével bonyolult struktúrák jöhetnek létre, amelyek akár az önszerveződésre is képesek, és így modelljei lehetnek egy tudatképződési mechanizmusnak, ami végső soron a világ alapja.

Az Efforok evolúciója

Az Effor ezt tudja: $F_n(k)=\frac{(n+k)^2+3n+k+2}{2}$ **, tehát $F_n(\varphi_k)=\varphi_m$, ahol**

$m=\frac{(n+k)^2+3n+k+2}{2}$**. No és mivel kell a φ_k – t szorozni ahhoz hogy φ_m legyen?**

Nos, természetesen φ_a – val, ahol most $a = F_k(m)$, azaz

$$a=F_k(m)=\frac{(k+m)^2+3k+m+2}{2}=$$

$$=\frac{\left(k+\frac{(n+k)^2+3n+k+2}{2}\right)^2+3k+\frac{(n+k)^2+3n+k+2}{2}+2}{2}$$ **! Szép. . . . .**

Az $F_n(k)$ Effort úgy kapom meg, hogy $k = 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$ –et helyettesítek, és az így kapott φ_a – kat összeadom: (természetesen rögzített n mellett) :

$F_n(\ ) = \varphi_{a0} + \varphi_{a1} + \varphi_{a2} + \varphi_{a3} + \varphi_{a4} + \varphi_{a5} + \ldots..$

$$a_0=\frac{\left(0+\frac{(n+0)^2+3n+0+2}{2}\right)^2+3\cdot 0+\frac{(n+0)^2+3n+0+2}{2}+2}{2}$$

$$a_1=\frac{\left(1+\frac{(n+1)^2+3n+1+2}{2}\right)^2+3\cdot 1+\frac{(n+1)^2+3n+1+2}{2}+2}{2},$$

$$a_2=\frac{\left(2+\frac{(n+2)^2+3n+2+2}{2}\right)^2+3\cdot 2+\frac{(n+2)^2+3n+2+2}{2}+2}{2}$$ **, stb.**

Egyszerűbben is felírhatom ezeket: $a = F_k(m)$, és $m = F_n(k)$, tehát $a = F_k(F_n(k))$!

Vegyük észre, hogy az Effor csak n – től függ, tehát a gyökérelem megválasztásától!

De független attól, milyen algebrában használjuk, milyen definiáló egyenletekkel!

Ez azt jelenti, hogy minden algebrai modell ugyanazokat az Efforokat használja.

$F_1(\ ) = \varphi a_0 + \varphi a_1 + \varphi a_2 + \varphi a_3 + \varphi a_4 + \varphi a_5 + \ldots..$

$$a_0=\frac{\left(0+\frac{(1+0)^2+3\cdot 1+0+2}{2}\right)^2+3\cdot 0+\frac{(1+0)^2+3\cdot 1+0+2}{2}+2}{2}=7,$$

$$a_1=\frac{\left(1+\frac{(1+1)^2+3\cdot 1+1+2}{2}\right)^2+3\cdot 1+\frac{(1+1)^2+3\cdot 1+1+2}{2}+2}{2}=23,$$

$$a_2=\frac{\left(2+\frac{(1+2)^2+3\cdot 1+2+2}{2}\right)^2+3\cdot 2+\frac{(1+2)^2+3\cdot 1+2+2}{2}+2}{2}=58,$$

$$a_3=\frac{\left(3+\frac{(1+3)^2+3\cdot 1+3+2}{2}\right)^2+3\cdot 3+\frac{(1+3)^2+3\cdot 1+3+2}{2}+2}{2}=124,$$

$$a_4=\frac{\left(4+\frac{(1+4)^2+3\cdot 1+4+2}{2}\right)^2+3\cdot 4+\frac{(1+4)^2+3\cdot 1+4+2}{2}+2}{2}=236,$$

$$a_5=\frac{\left(5+\frac{(1+5)^2+3\cdot 1+5+2}{2}\right)^2+3\cdot 5+\frac{(1+5)^2+3\cdot 1+5+2}{2}+2}{2}=412,$$

$$a_6=\frac{\left(6+\frac{(1+6)^2+3\cdot 1+6+2}{2}\right)^2+3\cdot 6+\frac{(1+6)^2+3\cdot 1+6+2}{2}+2}{2}=673,$$

$$a_7=\frac{\left(7+\frac{(1+7)^2+3\cdot 1+7+2}{2}\right)^2+3\cdot 7+\frac{(1+7)^2+3\cdot 1+7+2}{2}+2}{2}=1043,$$

$$a_8=\frac{\left(8+\frac{(1+8)^2+3\cdot 1+8+2}{2}\right)^2+3\cdot 8+\frac{(1+8)^2+3\cdot 1+8+2}{2}+2}{2}=1549,$$

$$a_9=\frac{\left(9+\frac{(1+9)^2+3\cdot 1+9+2}{2}\right)^2+3\cdot 9+\frac{(1+9)^2+3\cdot 1+9+2}{2}+2}{2}=2221,$$ **stb.**

Meghatároztuk tehát az F 1 ( ) = F 1 Effor első 10 elemét, amellyel tehát

$F_1 = \varphi 7 + \varphi 23 + \varphi 58 + \varphi 124 + \varphi 236 + \varphi 412 + \varphi 673 + \varphi 1043 + \varphi 1549 + \varphi 2221 + \ldots..$

Ezzel az Efforral tehát az F 1 (A) szorzatként írható, így hogy $F_1 \cdot A$.

Hasonló módszerrel kaphatjuk meg az F 2 Effort is:

$F_2(\ ) = \varphi b0 + \varphi b1 + \varphi b2 + \varphi b3 + \varphi b4 + \varphi b5 + \ldots..$

$$b_0 = \frac{(0+\frac{(2+0)^2+3\cdot 2+0+2}{2})^2+3\cdot 0+\frac{(2+0)^2+3\cdot 2+0+2}{2}+2}{2} = 22,$$

$$b_1 = \frac{(1+\frac{(2+1)^2+3\cdot 2+1+2}{2})^2+3\cdot 1+\frac{(2+1)^2+3\cdot 2+1+2}{2}+2}{2} = 57,$$

$$b_2 = \frac{(2+\frac{(2+2)^2+3\cdot 2+2+2}{2})^2+3\cdot 2+\frac{(2+2)^2+3\cdot 2+2+2}{2}+2}{2} = 123,$$

$$b_3 = \frac{(3+\frac{(2+3)^2+3\cdot 2+3+2}{2})^2+3\cdot 3+\frac{(2+3)^2+3\cdot 2+3+2}{2}+2}{2} = 235,$$

$$b_4 = \frac{(4+\frac{(2+4)^2+3\cdot 2+4+2}{2})^2+3\cdot 4+\frac{(2+4)^2+3\cdot 2+4+2}{2}+2}{2} = 411,$$

$$b_5 = \frac{(5+\frac{(2+5)^2+3\cdot 2+5+2}{2})^2+3\cdot 5+\frac{(2+5)^2+3\cdot 2+5+2}{2}+2}{2} = 672,$$

$$b_6 = \frac{(6+\frac{(2+6)^2+3\cdot 2+6+2}{2})^2+3\cdot 6+\frac{(2+6)^2+3\cdot 2+6+2}{2}+2}{2} = 1042,$$

$$b_7 = \frac{(7+\frac{(2+7)^2+3\cdot 2+7+2}{2})^2+3\cdot 7+\frac{(2+7)^2+3\cdot 2+7+2}{2}+2}{2} = 1548,$$

$$b_8 = \frac{(8+\frac{(2+8)^2+3\cdot 2+8+2}{2})^2+3\cdot 8+\frac{(2+8)^2+3\cdot 2+8+2}{2}+2}{2} = 2220,$$

$$b_9=\frac{(9+\frac{(2+9)^2+3\cdot2+9+2}{2})^2+3\cdot9+\frac{(2+9)^2+3\cdot2+9+2}{2}+2}{2}=3091\text{, stb.}$$

Meghatároztuk tehát az F 2 ( ) = F 2 Effor első 10 elemét, amellyel tehát

F 2 = φ 22 + φ 57 + φ 123 + φ 235 + φ 411 + φ 672 + φ 1042 + φ 1548 + φ 2220 + φ 3091 + . .

Azt a meglepő felfedezést tehetjük, hogy $b_k = a_{k+1} - 1$! Egyszerű számolás meggyőz erről.

Vajon milyen lesz az F 3 Effor?

F 3 ( ) = φ c0 + φ c1 + φ c2 + φ c3 + φ c4 + φ c5 + ...

Számoljuk ki pl c_8 – at !

$$c_8=\frac{(8+\frac{(3+8)^2+3\cdot3+8+2}{2})^2+3\cdot8+\frac{(3+8)^2+3\cdot3+8+2}{2}+2}{2}=3090\,!$$

Reményeinkben nem is csalatkoztunk, ez nem más mint $b_9 - 1$! Tehát írhatjuk is:

F 3 = φ 56 + φ 122 + φ 234 + φ 410 + φ 671 + φ 1041 + φ 1547 + φ 2219 + φ 3090 + ...

F 4 = φ 121 + φ 233 + φ 409 + φ 670 + φ 1040 + φ 1546 + φ 2218 + φ 3089 + ...

F 5 = φ 232 + φ 408 + φ 669 + φ 1039 + φ 1545 + φ 2217 + φ 3088 + ...

És így tovább.

A most felismert eltolási összefüggés – amely teljes indukcióval bizonyítható – viszont lehetővé teszi, hogy az összes Effort előállítsuk egyedül az F1 – ből! Nem kell más, csak egy eltolási operátor, amely a legelső elemet eltünteti, a többit pedig eggyel csökkenti.

Az eltolás könnyen megy a (3, 9, 19, 33, 51, 73, 99, 129, 163, 201, . . . $2n^2 + 1$) elemmel.

Ugyanis φ 3·φ 1 = φ 0 , φ 9·φ 2 = φ 1 , φ 19·φ 3 = φ 2 , φ 33·φ 4 = φ 3 , φ 51·φ 5 = φ 4 , . . .

Az eltüntetés a bonyodalmas. Mit kell eltüntetni? F 1 - ből a φ 7 –et, F 2 - ből a φ 22 –t, F 3 - ból a φ 56 –ot, F 4 - ből a φ 121 –et, F 5 - ből a φ 232 –t, stb.

Csináljuk ezt a lyukas szita módszerrel! Ennek lényege az, hogy az eltolási operátorban ezeken a helyeken lyukakat hagyunk, azaz kihagyom a φ_7, φ_{22}, φ_{56}, φ_{121}, φ_{232}, … elemeket eltoló fíket! Melyek ezek? A $2n^2 + 1$ képlet megmondja! Tehát a $2 \cdot 7^2 + 1 = 99$, a $2 \cdot 22^2 + 1 = 969$, a $2 \cdot 56^2 + 1 = 6273$, a $2 \cdot 121^2 + 1 = 29283$, a $2 \cdot 232^2 + 1 = 107649$, . . . stb. elemeket kell kifelejteni az eltolási operátorból! Az ily módon kigyomlált eltolási operátor most már tudja amit kell: az F_1 Efforból előállítja F_2 - t, az F_2 Efforból előállítja F_3 - t, az F_3 Efforból előállítja F_4 - et, és így tovább!

Univerzumunkban tehát két elemre van szükség, az F_1 Efforra, és a kigyomlált eltolási operátorra, azaz

$$F_1 = \varphi_7 + \varphi_{23} + \varphi_{58} + \varphi_{124} + \varphi_{236} + \varphi_{412} + \varphi_{673} + \varphi_{1043} + \varphi_{1549} + \varphi_{2221} + \ldots..$$

és

$$E = (3, 9, 19, 33, 51, 73, 99, 129, 163, 201, \ldots 2n^2 + 1) - (99, 969, 6273, 29283, 107649, \ldots)$$

$$E = \varphi_3 + \varphi_9 + \varphi_{19} + \varphi_{33} + \varphi_{51} + \varphi_{73} + \varphi_{129} + \varphi_{163} + \varphi_{201} + \varphi_{243} + \ldots..$$

Ugye figyeltünk, a 99 – es kimaradt. A legközelebbi kimaradó a 969, aztán a 6273, stb.

Ha egy algebrát modellezünk, még kellenek a gyökérelemek is, a szorzótábla nulladik sorából, és kellenek a definiáló egyenletek is. Véges, n elemű algebra modellezésénél csak az első n db. Effor kell, de mivel csak n db. gyökérelem van, a többi Effor bár jelen van, teljességgel hatástalan, azaz mindenből nullát csinál. Van azonban egy nagy gond: az Efforokban gyökérelemek is szerepelnek! Pl. F_1 –ben a 7, F_2 –ben a 22 szerepel, F_3 –ban az 56 szerepel, F_4 –ben pedig a 121 szerepel. Ezek szerint ezeket az elemeket nem szabad gyökérelemnek választani! Vagy pedig hagyjuk el az Efforból az a_0 elemet, mivel a φ_0 –t sose választjuk meg gyökérelemnek, és ekkor

$$F_1 = \varphi_{23} + \varphi_{58} + \varphi_{124} + \varphi_{236} + \varphi_{412} + \varphi_{673} + \varphi_{1043} + \varphi_{1549} + \varphi_{2221} + \ldots..$$

$$F_2 = \varphi_{57} + \varphi_{123} + \varphi_{235} + \varphi_{411} + \varphi_{672} + \varphi_{1042} + \varphi_{1548} + \varphi_{2220} + \varphi_{3091} + \ldots.$$

$F_3 = \varphi 122 + \varphi 234 + \varphi 410 + \varphi 671 + \varphi 1041 + \varphi 1547 + \varphi 2219 + \varphi 3090 + \ldots$

$F_4 = \varphi 233 + \varphi 409 + \varphi 670 + \varphi 1040 + \varphi 1546 + \varphi 2218 + \varphi 3089 + \ldots$

$F_5 = \varphi 408 + \varphi 669 + \varphi 1039 + \varphi 1545 + \varphi 2217 + \varphi 3088 + \ldots$

És így tovább.

E = (3, 9, 19, 33, 51, 73, 99, 129, 163, 201, . . . $2n^2 + 1$) – (1059, 6499, 29769,108579 …)

Az E – ből a 23, 57, 122, 233, 408 … elemek megfelelőit hagytuk el.

Most már tudunk univerzális algebrákat építeni. De ehhez szükség van a definiáló egyenletek evolúciójára is. Legyen az egyenletünk ez:

$A := \varphi_A + F_A(A) + F_B(C) + F_C(B)$,

$B := \varphi_B + F_A(C) + F_B(B) + F_C(A)$,

$C := \varphi_C + F_A(B) + F_B(A) + F_C(C)$.

Ez az Efforok segítségével így pótolható:

$A := \varphi_A + F_A \cdot A + F_B \cdot C + F_C \cdot B$,

$B := \varphi_B + F_A \cdot C + F_B \cdot B + F_C \cdot A$,

$C := \varphi_C + F_A \cdot B + F_B \cdot A + F_C \cdot C$.

$\varphi_A = \varphi_1$, $\varphi_B = \varphi_2$, $\varphi_C = \varphi_4$, $F_A = F_1$, $F_B = F_2$, $F_C = F_4$, **a többi Effornak nincs szerepe. Innentől a módszer a megszokott módon alakul tovább.**

Kiindulási értékek:

$A = 1$
$B = 2$
$C = 4$

Első ciklus után:

$A = 1$, $F_A(A)$, $F_B(C)$, $F_C(B) = 1$, $F_1(1)$, $F_2(4)$, $F_4(2) = 1$, 5 , 24 , 26

$B = 2$, $F_A(C)$, $F_B(B)$, $F_C(A) = 1$, $F_1(4)$, $F_2(2)$, $F_4(1) = 2$, 17 , 13 , 20

$C = 4$, $F_A(B)$, $F_B(A)$, $F_C(C) = 1$, $F_1(2)$, $F_2(1)$, $F_4(4) = 4$, 8 , 9 , 41 .

A következő ciklusban 9 – 9 új szám generálódik , és az eredmény így alakul:

A = 1, 5 , 24 , 26 , 23 , 327 , 380 , 58 , 69 , 949 , 236 , 158 , 305
B = 2, 17 , 13 , 20 , 47 , 57 , 905 , 193 , 123 , 256 , 50 , 411 , 470
C = 4, 8 , 9 , 41 , 173 , 107 , 233 , 31 , 354 , 409 , 332 , 96 , 1040

Pl. az $F_4 \cdot 2 = 26$ így alakul ki: $F_4 = \varphi_{233} + \varphi_{409} + \ldots$ miatt $\varphi_{409} \cdot \varphi_2 = \varphi_{26}$ kell legyen:

$\varphi_{A_{ij}} \cdot \varphi_i = \varphi_j$, azaz $A_{2,26} = 409$ kell legyen.

$$\frac{(2+26)^2+3\cdot 2+26+2}{2}=\frac{28^2+6+28}{2}=\frac{818}{2}=409$$ **Gyönyörű, kijött tehát.**

Hasonlóan leellenőrizhetjük a többi számot is.

Az evolúció során minden ciklusban új számok generálódnak, és a végtelenedik lépésben jön létre a kívánt végeredmény. Feladatul tűzhetjük ki azt is, hogy egyszerűbb algebrákból egyre bonyolultabbakat hozzunk létre. Találhatunk olyan univerzális képletet is, amely minden véges és megszámlálható algebrát létrehoz. Ebben a világban tanulmányozhatjuk az algebrák kölcsönhatását is. Ha adott két egyszerűbb algebra, hogy jön létre belőlük bonyolultabb? Például két algebra direkt szorzata. Létre lehet ezt hozni evolúcióval is? Igazából azt várjuk, hogy egyfajta hierarchia jön létre az algebrák közt. Lehet osztályozni is az algebrákat aszerint hogy melyiket milyen egyszerű formulával lehet generálni. Ezzel az algebrák bonyolultsága is mérhető. Ekvivalenciareláció is megadható: két algebra ekvivalens, ha azonos módon generálódik. Ez még nem jelent izomorfiát. Ebben a világban az algebrák atomjai egy nagyobb rendnek. Ezt a nagyobb rendet kell jobban megismerni. Akit a téma jobban érdekel, írjon nekem a kristofmiklos@freemail.hu címre. Örömmel fogadok minden levelet. Lehet további ötleteket is adni a továbblépéshez. Hátha kiforr ebből is valami érdekes, új tan.